CAP. 6 ESEMPI NUMERICI

MOTORI PER AEROMOBILI
Compressore Assiale Es. 1

Un compressore assiale, progettato a Vortice libero, ha le seguenti caratteristiche:

portata : $\dot{m} = 50\ kg/s$
pressione totale di uscita : $p_{0U} = 0{,}5\ MPa$
pressione totale di ingresso : $p_{0IN} = 0{,}1\ MPa$
temp. totale di ingresso : $T_{0IN} = 296\ K$
diametro alla radice : $\phi_R = 0{,}436\ m$
diametro all'apice : $\phi_\Delta = 0{,}728\ m$

A raggio medio, valgono le seguenti condizioni:

grado di reazione : $R = 0{,}5$
angolo tra la direzione assiale e la velocità assoluta in ingresso al rotore : $\alpha_1 = 28{,}8°$

Inoltre si assume che:
Vel. di rotazione : $n = 8000\ rpm$
rendimento adiab. rotore : $\eta_c = 0{,}85$

Si determini:
il n° di stadi ripetuti necessari e, considerando un singolo stadio (nell'ipotesi di Vortice libero) le condizioni di ingresso e uscita dal rotore, alla radice, a raggio medio e all'apice.

Una stima del n° di stadi è data dal rapporto tra il ΔT dell'intera macchina ed il ΔT dello stadio:

$$N = \frac{T_{0\,fin} - T_{0\,init}}{T_{02} - T_{01}}$$

- Considerando il "raggio medio" si ha:

$$R = 0{,}5 \Rightarrow u_1 = W_2 \quad e \quad u_2 = W_1$$

$$\dot{m} = \rho_1 u_a \Delta_1 \Rightarrow u_a = \frac{\dot{m}}{\rho_1 \Delta_1}$$

$$\Delta_1 = \frac{\pi}{4}\left(\phi_a^2 - \phi_r^2\right) = 0{,}27\ m^2$$

In prima approssimazione si può considerare $\rho_1 \simeq \rho_{01}$

$$\rho_1 = \frac{p_{01}}{RT_{01}} = 1{,}177\ kg/m^3$$

$$u_a = \frac{\dot{m}}{\rho_1 \Delta_1} = 157{,}3\ m/s$$

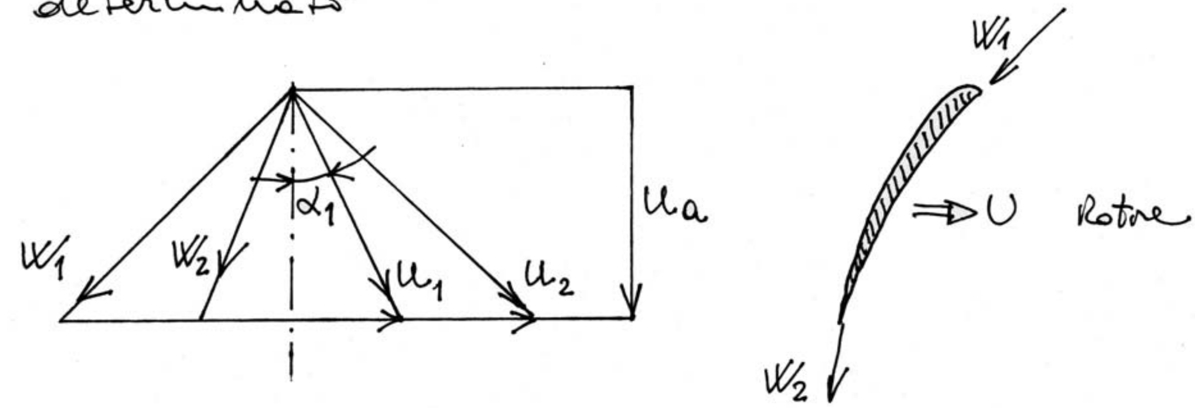
$$U_m = \omega r_m = \frac{2\pi n}{60} \cdot \frac{\phi_r + \phi_a}{4} = 243{,}8\ m/s$$

$$u_1 = \frac{u_a}{\cos \alpha_1} = 179{,}5\ m/s \equiv W_2$$

$$W_{1t} = U - u_{1t} = U - u_a \tan\alpha_1 = 157{,}3\ m/s$$

$$W_1 = \sqrt{u_a^2 + W_{1t}^2} = 222{,}5\ m/s \equiv u_2$$

Il triangolo delle velocità, a raggio medio, è così determinato

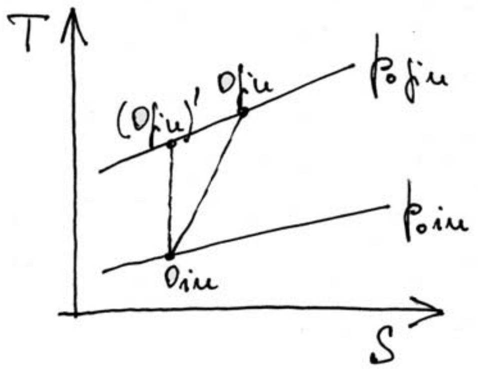


$$\Delta h_0 = U(u_{2t} - u_{1t}) = U\left[(U - u_{1t}) - u_{1t}\right] =$$

$$= U(U - 2u_a \tan\alpha_1) = 17{,}27\ kJ/kg$$

$$\Delta h_0 = c_p(T_{02} - T_{01}) \Rightarrow (T_{02} - T_{01}) = 17{,}2\ K$$

Considerando ora tutta la macchina, si ha:



$$\eta_c = \frac{(T_{0fin})' - T_{0in}}{T_{0fin} - T_{0in}}$$

$$(T_{0fin} - T_{0in}) = \frac{1}{\eta_c} T_{0in}\left[\left(\frac{p_{0fin}}{p_{0in}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right] =$$

$$= 203{,}6\ K$$

Il n° di stadi è quindi:

$$N = \frac{(\Delta T)_{comp.}}{(\Delta T)_{stadio}} = \frac{203,6}{17,2} = 11,84 \Rightarrow 12 \text{ stadi}$$

- Ci si pone ora alla "radice" della pala rotrica e si applicano le condizioni di "vortice libero" per definire i relativi triangoli delle velocità:

$$\left.\begin{aligned} u_a &= 157,3 \text{ m/s} = \text{cost} \\ \Delta h_0 &= 17,27 \text{ kJ/kg} = \text{cost} \\ u_t \cdot r &= \text{cost} \end{aligned}\right\} \text{lungo il raggio}$$

$$U_r = \omega r_r = \frac{2\pi n}{60} \cdot 0,218 = 182,6 \text{ m/s}$$ vel. periferica alla radice

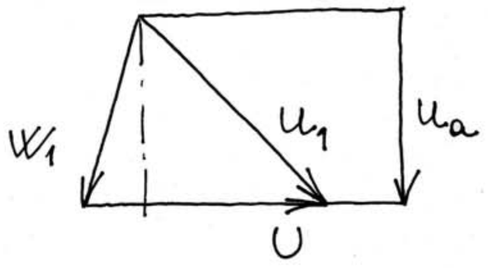
$$(u_{1t})_r = (u_{1t})_m \frac{r_m}{r_r} = 115,5 \text{ m/s}$$

$$(u_1)_r = \left.\sqrt{u_a^2 + u_{1t}^2}\right)_r = 195,13 \text{ m/s}$$

$$(W_{1t})_r = \left. U - u_{1t}\right)_r = 67,13 \text{ m/s}$$

$$(W_1)_r = \left.\sqrt{u_a^2 + W_{1t}^2}\right)_r = 171 \text{ m/s}$$

Il triangolo in ingresso, alla radice, è :



Al bordo di uscita, alla radice, si ha :

$$(u_{2t})_r = (u_{2t})_m \cdot \frac{r_m}{r_r} = 210 \ m/s$$

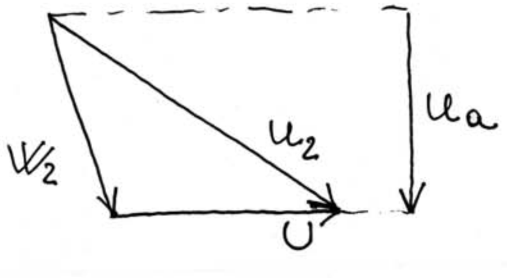
$$(u_2)_r = \left.\sqrt{u_a^2 + u_{2t}^2}\right)_r = 262{,}4 \ m/s$$

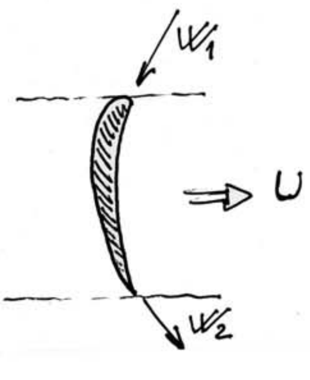
$$(W_{2t})_r = (u_{2t} - U)_r = 27{,}4 \ m/s$$

$$(W_2)_r = \left.\sqrt{u_a^2 + W_{2t}^2}\right)_r = 159{,}7 \ m/s$$

Il grado di reazione R, alla radice, è :

$$R_r = \left.\frac{W_1^2 - W_2^2}{2\Delta h_o}\right)_r = 0{,}1$$





- Infine, "all'apice" si ottiene:

$$U_a = \omega \cdot r_a = \frac{2\pi N}{60} \cdot 0{,}364 = 304{,}9 \, m/s$$

$$(u_{1t})_a = (u_{1t})_r \cdot \frac{r_r}{r_a} = 69{,}16 \, m/s$$

$$(u_1)_a = \left.\sqrt{u_a^2 + u_{1t}^2}\right)_a = 171{,}8 \, m/s$$

$$(w_{1t})_a = (U - u_{1t})_a = 235{,}74 \, m/s$$

$$(w_1)_a = \left.\sqrt{u_a^2 + w_{1t}^2}\right)_a = 283{,}4 \, m/s$$

valide al bordo di attacco, mentre al bordo di uscita si ha:

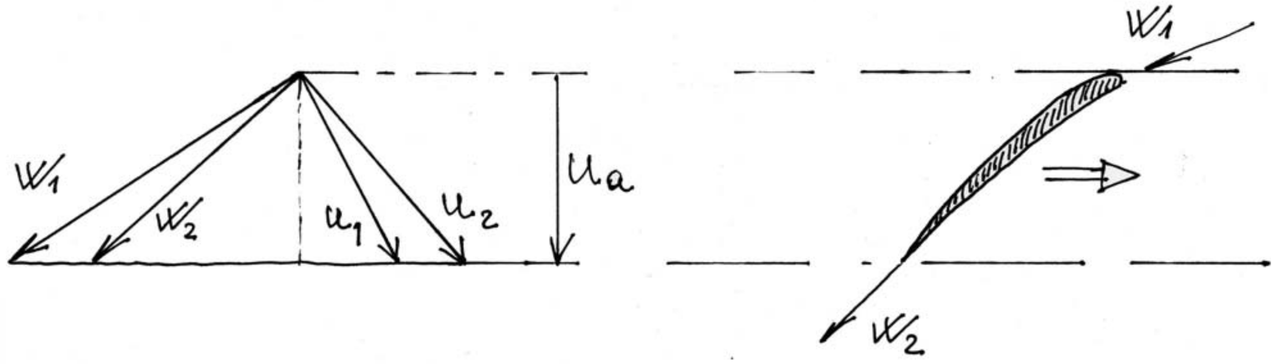
$$(u_{2t})_a = (u_{2t})_r \cdot \frac{r_r}{r_a} = 125{,}8 \, m/s$$

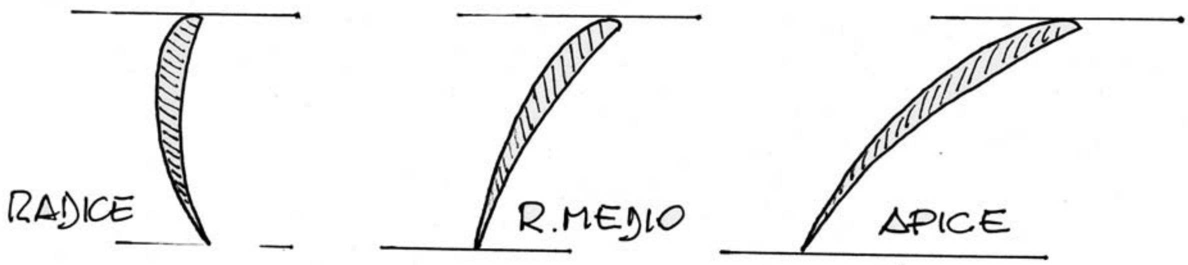
$$(u_2)_a = \left.\sqrt{u_a^2 + u_{2t}^2}\right)_a = 201{,}4 \, m/s$$

$$(w_{2t})_a = (U - u_{2t})_a = 179{,}1 \, m/s$$

$$(w_2)_a = \left.\sqrt{u_a^2 + w_{2t}^2}\right)_a = 238{,}4 \, m/s$$

$$R_a = \left.\frac{w_1^2 - w_2^2}{2\Delta h_0}\right)_a = 0{,}68$$


W1
W2
u1
u2
ua
W1
W2


RADICE
R.MEDIO
APICE

ES. 2

Si deve effettuare il progetto di massima di un compressore assiale avente le seguenti caratteristiche:

- Rapporto di compressione $\beta_c = 4.15$
- Temperatura totale di ingresso $T_{01} = 288K$
- Pressione totale di ingresso $p_{01} = 1.01 \cdot 10^5 Pa$
- Portata $\dot{m}_a = 20\, kg/s$
- Rendimento politropico $\eta_{pol} = 0.9$

SVOLGIMENTO

Si può iniziare con la scelta della velocità di rotazione e delle dimensioni dell'annulus.
Per scegliere la velocità di rotazione, è consuetudine partire dalla velocità tangenziale all'apice del rotore U_{tip} (*tip speed*), dalla velocità di ingresso assiale u_1 e dal rapporto radice/apice (*hub/tip ratio*) all'ingresso del 1° stadio.

L'esperienza suggerisce:

- Tip speed $U_{tip} = 350\, m/s$
- Velocità assiale $u_1 = 150 \div 200\, m/s \Rightarrow 150\, m/s$
- Hub/Tip ratio $r_{hub}/r_{tip} = 0.4 \div 0.6 \Rightarrow 0.5$

All'ingresso si ha:

$$T_1 = T_{01} - \frac{u_1^2}{2C_p} = 288 - \frac{150^2}{2 \cdot 1005} = 276.8K$$

$$p_1 = p_{01}\left(\frac{T_1}{T_{01}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 101\left(\frac{276.8}{288}\right)^{3.5} = 87.9kPa$$

$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1} = \frac{87.9 \cdot 10^3}{287 \cdot 276.8} = 1.1 kg/m^3$$

$$A_1 = \pi\left(r_{tip}^2 - r_{hub}^2\right) = \pi r_{tip}^2\left[1 - \left(\frac{r_{hub}}{r_{tip}}\right)^2\right]$$

- Il raggio all'apice della paletta si trova dall'espressione della portata ($\dot{m} = \rho_1 u_1 A_1$):

$$r_{tip} = \sqrt{\frac{\dot{m}}{\pi\rho_1 u_1\left[1-\left(\frac{r_{hub}}{r_{tip}}\right)^2\right]}} = 0.2262m$$ raggio all'apice

- Di conseguenza si trova:

$$r_{hub} = 0.5 \cdot 0.2262 = 0.1131m$$ raggio alla radice

$$r_m = \frac{r_{hub} + r_{tip}}{2} = 0.16965m$$ raggio medio

$$h = 0.1131m$$ altezza paletta

$$A_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 u_1} = \pi\left(r_{tip}^2 - r_{hub}^2\right) \cong 0.12m^2$$ sezione di ingresso

- Il numero di giri è correlato alla tip speed ed al raggio all'apice:

$$U_{tip} = 2\pi n r_{tip} \Rightarrow n = \frac{U_{tip}}{2\pi r_{tip}} = 246.26\, giri/s$$

- Si può quindi assumere $n = 250\, giri/s = 15000\, giri/\min$ e ricalcolare la tip speed all'ingresso:

$$U_{tip} = 2\pi n r_{tip} = 355.3\, m/s$$

- E' opportuno a questo punto verificare il n° di Mach relativo all'ingresso:

$$M_{1rel} = \frac{w_1}{a_1} = \frac{\sqrt{u_1^2 + U_{1tip}^2}}{\sqrt{\gamma R T_1}} = \frac{\sqrt{150^2 + 355.3^2}}{\sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 276.8}} \cong 1.16$$ (transonico)

- Le condizioni di uscita dal compressore, assumendo costante la velocità assiale, valgono:

$$p_{02} = \beta_c p_{01} = 4.15 \cdot 101 = 419.15kPa$$ pressione totale

$$T_{02} = T_{01}\left(\beta_c\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma\eta_{pol}}} = 452.5K$$ temperatura totale

$$T_2 = T_{02} - \frac{u_1^2}{2C_p} = 452.5 - \frac{150^2}{2 \cdot 1005} = 441.3K$$ temperatura statica

$$p_2 = p_{02}\left(\frac{T_2}{T_{02}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 383.8kPa$$ pressione statica

$$\rho_2 = \frac{p_2}{RT_2} = 3.03\, kg/m^3$$ densità

$$A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 u_1} = \frac{20}{3.03\cdot 150} = 0.044m^2$$ sezione di uscita dall’annulus

- Lo scambio energetico specifico del compressore vale:

$$(\Delta h_0)_{comp} = C_p\,(T_{02} - T_{01}) = 1005(452.5 - 288) = 165322.5\, J/kg$$

- La stima dell’altezza della paletta in uscita si può effettuare assumendo costante il raggio medio lungo il compressore:

$$A_2 = \pi\left(r_{tip}^2 - r_{hub}^2\right) = \pi\left(r_{tip} + r_{hub}\right)\left(r_{tip} - r_{hub}\right) = 2\pi r_m h_2$$

in cui naturalmente: $r_m = \frac{r_{tip} + r_{hub}}{2}$ e $h_2 = r_{tip} - r_{hub}$ e pertanto:

$$h_2 = \frac{A_2}{2\pi r_m} = \frac{0.044}{2\pi\cdot 0.1697} = 0.0413m$$ altezza paletta in uscita

- All’uscita inoltre si ha:

$$r_{tip} = r_m + \frac{h_2}{2} = .1903m$$
$$r_{hub} = r_m - \frac{h_2}{2} = .1491m$$
$$\frac{r_{hub}}{r_{tip}} = 0.78$$
$$U_{tip} = 2\pi n r_{tip} = 2\pi\cdot 250\cdot 0.1903 = 298.9\, m/s$$

- Per riassumere, a questo punto si ha:

$n = 250\, giri/s = \cos t$ numero di giri
$u_{ax} = 150\, m/s = \cos t$ velocità assiale
$r_m = 0.1697m = \cos t$ raggio medio

All'ingresso:

$$r_{hub} = 0.1131m$$
$$r_{tip} = 0.2262m$$
$$h = 0.1131m$$
$$\frac{r_{hub}}{r_{ip}} = 0.5$$
$$A_1 = 0.12m^2$$
$$U_{tip} = 355.3\, m/s$$

All'uscita:

$$r_{hub} = 0.1491m$$
$$r_{tip} = 0.1903m$$
$$h = 0.0412m$$
$$\frac{r_{hub}}{r_{ip}} = 0.78$$
$$A_2 = 0.044m^2$$
$$U_{tip} = 298.9\, m/s$$

- Per stimare il numero di stadi necessari, si può riferirsi ad uno stadio medio:

$U_m = 2\pi n r_m = 2\pi \cdot 250 \cdot 0.1697 = 266.6\, m/s$ velocità tangenziale a raggio medio

e considerando ancora l'ingresso assiale $(\alpha_1 = 0)$ si ha:

$w_{1m} = \sqrt{u_{ax}^2 + U_m^2} = \sqrt{150^2 + 266.6^2} = 305.9\, m/s$ velocità relativa di ingresso allo stadio a raggio medio

$w_{1m_{\tan g}} = U_m = 266.6\, m/s$ componente tangenziale della w_{1m}

- Applicando il criterio di *de Haller* per valutare la massima deviazione possibile della corrente nel rotore, si ha:

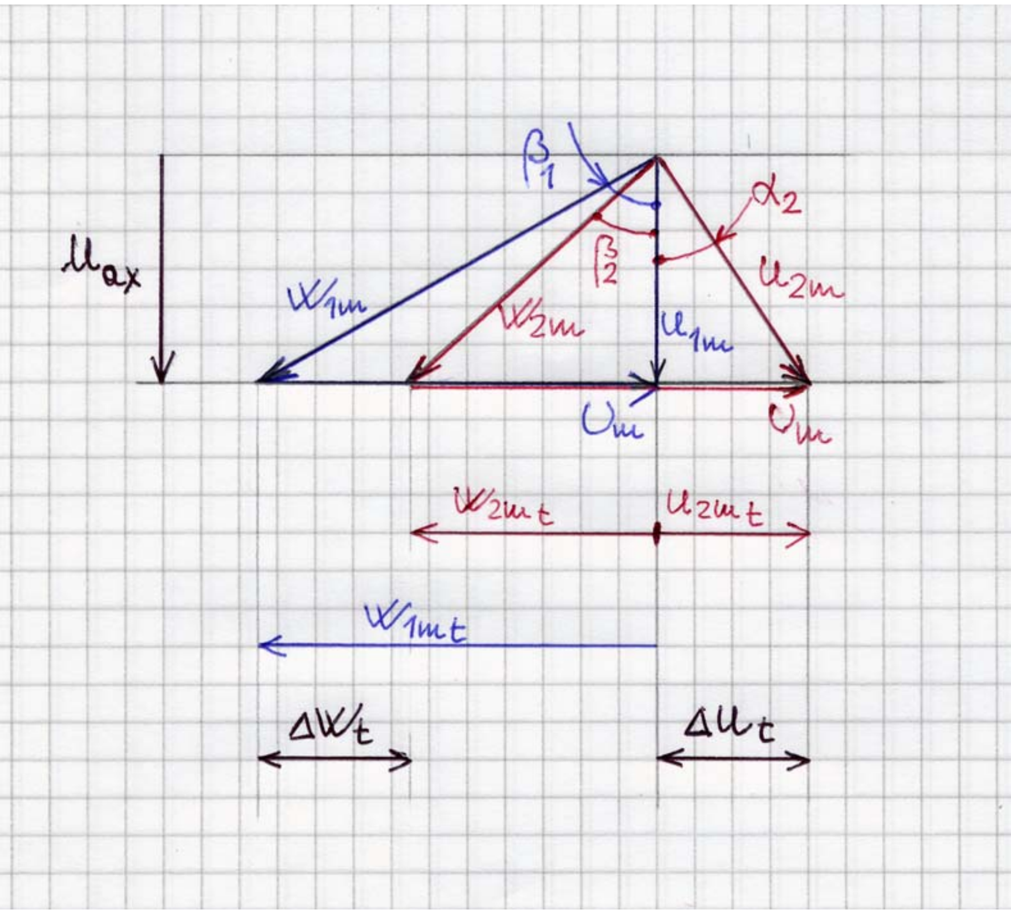
$w_{2m} = 0.72 \cdot w_{1m} = 220.2\, m/s$ velocità relativa di uscita dallo stadio a raggio medio

$w_{2m_{\tan g}} = \sqrt{w_{2m}^2 - u_{ax}^2} = \sqrt{220.2^2 - 150^2} = 161.2\, m/s$ componente tangenziale della w_{2m}

$u_{2m_{\tan g}} = U_m - w_{2m_{\tan g}} = 266.6 - 161.2 = 105.4\, m/s$ componente tangenziale della u_{2m}

$u_{2m} = \sqrt{u_{ax}^2 + u_{2m_{\tan g}}^2} = \sqrt{150^2 + 105.4^2} = 183.3\, m/s$ velocità assoluta di uscita dallo stadio a raggio medio

- Il relativo triangolo delle velocità risulta pertanto:



- Lo scambio energetico specifico dello stadio vale:

$$\left(\Delta h_0\right)_{st} = U_m \left(w_{1m_{\tan g}} - w_{2m_{\tan g}} \right) = U_m \left(u_{2m_{\tan g}} - u_{1m_{\tan g}} \right) = 28099.6\, J/kg$$

- Il salto di temperatura dello stadio risulta essere:

$$\left(\Delta T_0\right)_{st} = \frac{\left(\Delta h_0\right)_{st}}{C_p} = 27.96K$$

Valori tipici di questo parametro variano tra 10 e 30K per stadi subsonici, fino ad oltre 45K per stadi transonici ad alte prestazioni.

- Il numero di stadi necessari (trascurando l'effetto del *work-done factor* λ) perciò è dato da:

$$\left(N°\right)_{st} = \frac{\left(\Delta h_0\right)_{comp}}{\left(\Delta h_0\right)_{st}} = \frac{165322.5}{28099.6} = 5.88 \Rightarrow 6$$

- Oppure anche:

$$\left(N°\right)_{st} = \frac{\left(\Delta T_0\right)_{comp}}{\left(\Delta T_0\right)_{st}} = \frac{164.5}{27.96} = 5.88 \Rightarrow 6$$

Considerando l'effetto di λ, si può assumere un numero di stadi pari a 7, che determinano un ΔT per stadio pari a:

$$\left(\Delta T\right)_{st} = \frac{\left(\Delta T\right)_{comp}}{\left(N°\right)_{st}} = \frac{164.5}{7} = 23.5\, K/stadio$$

- Possiamo infine determinare gli angoli della palettatura dello stadio medio:

$$\tan\beta_1 = \frac{w_{1m_{\tan g}}}{u_{ax}} = \frac{266.6}{150} \Rightarrow \beta_1 = 60.64°$$
$$\tan\beta_2 = \frac{w_{2m_{\tan g}}}{u_{ax}} = \frac{161.2}{150} \Rightarrow \beta_2 = 47.06°$$
$$\tan\alpha_2 = \frac{u_{2m_{\tan g}}}{u_{ax}} = \frac{105.4}{150} \Rightarrow \alpha_2 = 35.09°$$

- Grado di reazione dello stadio medio (a raggio medio):

$$R = \frac{u_{ax}}{2U_m}\left(\tan\beta_1 + \tan\beta_2\right) = \frac{150}{2\cdot 266.6}\cdot 2.852 = 0.8$$

- ***Dimensionamento stadio per stadio***

Si effettua valutando, per ogni stadio, gli angoli α e β a raggio medio, supponendo stadi ripetuti.

Il *work done factor* λ varia lungo il compressore e valori tipici sono:
0.98 per il 1° stadio
0.93 per il 2° stadio
0.88 per il 3° stadio
0.83 dal 4° al 7° stadio

Tenendo presente che il ΔT medio per stadio è di $23.5\, K/stadio$, il $\Delta T_0/stadio$ può ragionevolmente assumere i seguenti valori:
$\cong$ 20K per il 1° e 7° stadio
$\cong$ 25K per gli altri stadi

1° e 2° stadio (ingresso assiale $\Rightarrow u_{1_t}=0$)

$$\Delta h_0 = C_p \Delta T_0 = \lambda U_m \left(u_{2t} - u_{1t}\right) = \lambda U_m u_{2t}$$

$$U_m = 266.6\, m/s$$

$$u_1 = 150\, m/s$$

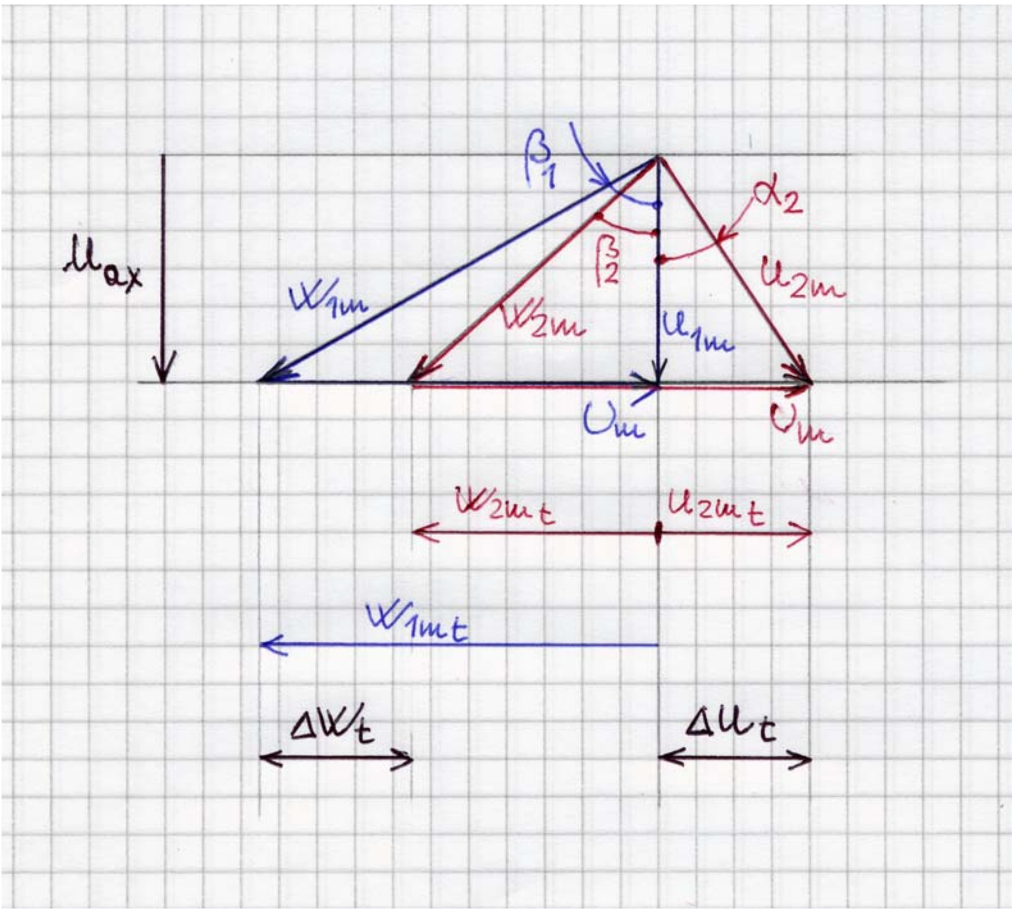
$$\Delta T_0 = 20K$$

$$\lambda = 0.98$$

$$C_p = 1005\, J/kgK$$

$$u_{2t} = \frac{C_p \Delta T_0}{\lambda U_m} = 76.9\, m/s$$

$$w_{2t} = U_m - u_{2t} = 189.7\, m/s$$



$$\tan\beta_1 = \frac{U_m}{u_1} \Rightarrow \beta_1 = 60.64°$$

$$\tan\beta_2 = \frac{w_{2t}}{u_1} \Rightarrow \beta_2 = 51.67°$$

$$\tan\alpha_2 = \frac{u_{2t}}{u_1} \Rightarrow \alpha_2 = 27.14°$$

La deviazione della corrente nel rotore è piuttosto modesta e vale:

$$\beta_1 - \beta_2 = 8.97°$$

$$\Delta u_t = 76.9\, m/s$$

La diffusione nel rotore può essere facilmente verificata ricorrendo al numero di de Haller:

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{u_1/\cos\beta_2}{u_1/\cos\beta_1} = \frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_2} = 0.79 \succ 0.72$$

$$w_1 = 302.38\, m/s$$
$$w_2 = 238.58\, m/s$$

- **Condizioni di uscita dal 1° stadio**

Le condizioni di uscita dal primo stadio saranno anche le condizioni di ingresso al secondo stadio.
Il rapporto di compressione dello stadio si può determinare dalla relazione:

$$\left(\frac{p_{03}}{p_{01}}\right)_1 = \left(1 + \frac{\eta_c \Delta T_0}{T_{01}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1 + \frac{0.9 \cdot 20}{288}\right)^{3.5} = 1.236$$

nella quale al rendimento adiabatico è stato attribuito il valore del rendimento politropico, trattandosi di un solo stadio.

Le pressioni e temperature di uscita sono perciò:

$$\left(p_{03}\right)_1 = p_{01}\left(\beta_c\right)_1 = 1.01 \cdot 10^5 \cdot 1.236 = 1.248 \cdot 10^5\, Pa$$
$$\left(T_{03}\right)_1 = T_{01} + \Delta T_0 = 288 + 20 = 308K$$

- **Grado di reazione R del 1° stadio (a raggio medio)**

Si può ricorrere a varie relazioni:

$$R = \frac{u_1}{2U_m}\left(\tan\beta_1 + \tan\beta_2\right) = 0.85$$

$$R = \frac{w_{1t} + w_{2t}}{2U_m} = 0.85$$

$$R = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2C_p \Delta T_0} = 0.85$$

Il grado di reazione è piuttosto alto, però questo valore a raggio medio è necessario per evitare un grado di reazione negativo alla radice, per bassi valori del rapporto *hub/tip* (0.5 in questo caso).
La speranza è di riuscire ad usare gradi di reazione dello 0.5, a partire dal terzo o quarto stadio, mentre per il secondo stadio un valore appropriato potrebbe essere R=0.7.

- **Per il 2° stadio possiamo adottare:**

$$\lambda = 0.93$$

$$\Delta T_0 = 25K$$

e possiamo determinare β_1 e β_2 dalle seguenti relazioni:

$$\Delta h_0 = C_p \Delta T_0 = \lambda U u_a \left(\tan\beta_1 - \tan\beta_2\right) = 1005\cdot 25 = 0.93\cdot 266.6\cdot 150\left(\tan\beta_1 - \tan\beta_2\right)$$

$$R = \frac{u_a}{2U}\left(\tan\beta_1 + \tan\beta_2\right) \Rightarrow 0.7 = \frac{150}{2\cdot 266.6}\left(\tan\beta_1 + \tan\beta_2\right)$$

Si trova:

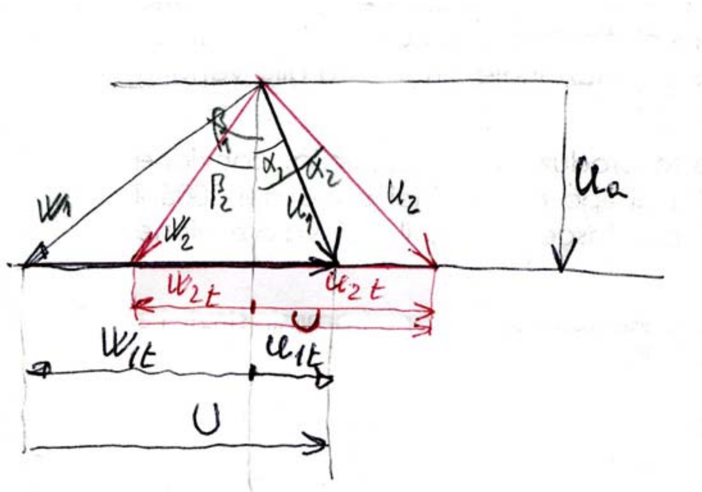
$$\left(\tan\beta_1 - \tan\beta_2\right) = 0.6756$$

$$\left(\tan\beta_1 + \tan\beta_2\right) = 2.49$$

Risolvendo:

$$\beta_1 = 57.70°$$

$$\beta_2 = 42.19°$$



Dal triangolo di velocità si ottiene:

$$U = u_{1t} + w_{1t} = u_{2t} + w_{2t} = u_a \tan\alpha_1 + u_a \tan\beta_1 = u_a \tan\alpha_2 + u_a \tan\beta_2$$

da cui si può ricavare:

$$\alpha_1 = 11.06°$$

$$\alpha_2 = 41.05°$$

$$u_{1t} = u_a \tan\alpha_1 = 29.3\, m/s$$

$$u_{2t} = u_a \tan\alpha_2 = 130.6\, m/s$$

$$\Delta u_t = 101.3\, m/s$$

$$u_1 = 152.8\, m/s$$

$$u_2 = 198.9\, m/s$$

La deviazione e la diffusione della corrente nel rotore valgono rispettivamente:

$$\beta_1 - \beta_2 = 15.51°$$

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_2} = 0.721$$

$$w_1 = 280.7\, m/s$$
$$w_2 = 202.45\, m/s$$
$$w_{1t} = 237.3\, m/s$$
$$w_{2t} = 135.96\, m/s$$

- **Condizioni di uscita dal 2° stadio**

Il rapporto di compressione, la pressione e la temperatura saranno rispettivamente:

$$\left(\frac{p_{03}}{p_{01}}\right)_2 = \left(1+\frac{\eta_c \Delta T_0}{T_{01}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1+\frac{0.9\cdot 25}{308}\right)^{3.5} = 1.280$$

$$\left(p_{03}\right)_2 = \left(p_{03}\right)_1 \left(\beta_c\right)_2 = 1.6\cdot 10^5\, Pa$$
$$\left(T_{03}\right)_2 = \left(T_{03}\right)_1 + \Delta T_0 = 333K$$

- **3° Stadio**

Si può effettuare un tentativo adottando un grado di reazione 0.5 ed usando $\lambda = 0.88$ e $\Delta T_0 = 25K$.

Procedendo come prima, si ha:

$$\tan\beta_1 - \tan\beta_2 = \frac{C_p \Delta T_0}{\lambda U u_a} = \frac{1005\cdot 25}{0.88\cdot 266.6\cdot 150} = 0.7140$$
$$\tan\beta_1 + \tan\beta_2 = \frac{2UR}{u_a} = \frac{2\cdot 266.6\cdot 0.5}{150} = 1.777$$

e risolvendo:

$$\beta_1 = 51.24°$$
$$\beta_2 = 28°$$

Il corrispondente numero di de Haller vale:

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_2} = 0.7$$

Questo valore è piuttosto basso e se si vuole aumentarlo per ridurre la diffusione nel rotore, si possono fare vari tentativi, come diminuire il grado di reazione, oppure aumentare la velocità tangenziale U o la velocità assiale u_a, ma l'approccio migliore è quello di ridurre l'aumento di temperatura nello stadio.

Ad esempio adottando $\Delta T_0 = 24$, si ottiene:

$$\beta_1 = 50.92°$$
$$\beta_2 = 28.36°$$
$$\frac{w_2}{w_1} = 0.718$$

che può essere ritenuto un risultato soddisfacente per una progettazione preliminare.

- **Condizioni di uscita dal 3° stadio**

Il rapporto di compressione, la pressione e la temperatura sono rispettivamente:

$$\left(\frac{p_{03}}{p_{01}}\right)_3 = \left(1+\frac{\eta_c \Delta T_0}{T_{01}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1+\frac{0.9\cdot 24}{333}\right)^{3.5} = 1.246$$

$$\left(p_{03}\right)_3 = \left(p_{03}\right)_2 \left(\beta_c\right)_3 = 1.992\cdot 10^5\, Pa$$

$$\left(T_{03}\right)_3 = \left(T_{03}\right)_2 + \Delta T_0 = 357K$$

Dalla simmetria dei triangoli di velocità (R=0.5) si ottiene:

$$u_{t1} = w_{t2} = 81.9\, m/s$$
$$u_{t2} = w_{t1} = 184.7\, m/s$$
$$u_1 = w_2 = 172.4\, m/s$$
$$u_2 = w_1 = 237.9\, m/s$$

- **4°, 5°,6° Stadio**

Imponendo $\lambda = 0.83$, $\Delta T_0 = 25K$ e R=0.5, si può procedere come prima, controllando che il numero di de Haller non diminuisca troppo.
Se ciò si verifica, può essere necessario diminuire a 24K l'aumento di temperatura nello stadio.

Procedendo come prima (con $\Delta T_0 = 24K$), si trova:

STADIO	4	5	6
p_{01} (Pa)	1.992x10^5	2.447x10^5	2.968x10^5
T_{01} (K)	357	381	405
(p_{03}/p_{01})	1.228	1.213	1.199
p_{03} (Pa)	2.447x10^5	2.968x10^5	3.560x10^5
T_{03} (K)	381	405	429

Si noti come, sebbene ogni stadio sia progettato per uno stesso salto di temperatura, per effetto dell'aumento di temperatura lungo il compressore, il rapporto di compressione per stadio diminuisce all'aumentare degli stadi.

- **7° Stadio**

All'ingresso dell'ultimo stadio si ha:

$$p_{01} = 3.560\cdot 10^5\, Pa$$
$$T_{01} = 429K$$

Il rapporto di compressione assegnato è 4.15, per cui la pressione di uscita dall'ultimo stadio dovrà essere:

$$\left(p_{03}\right)_{out} = \beta_c\, p_{01} = 4.15\cdot 1.01\cdot 10^5 = 4.192\cdot 10^5\, Pa$$

Il rapporto di compressione del 7° stadio sarà pertanto:

$$\left(\frac{p_{03}}{p_{01}}\right)_7 = \frac{4.192}{3.560} = 1.117$$

Il salto di temperatura relativo può essere calcolato dalla relazione:

$$\left(\frac{p_{03}}{p_{01}}\right)_7 = \left(1 + \frac{\eta_c \Delta T_0}{T_{01}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1.177$$

Dalla quale si ottiene:

$$\Delta T_0 = 22.8K$$

Assumendo ancora R=0.5 e procedendo come prima, si trova:

$$\beta_1 = \alpha_2 = 50.98°$$

$$\beta_2 = \alpha_1 = 28.52°$$

$$\frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_2} = 0.717$$

Che si possono considerare soddisfacenti.